

利用子空间的投影和跟踪改进 OFDM 信道估计

董亮, 曹秀英, 毕光国

(东南大学移动通信国家重点实验室, 南京 210096)

[摘要] OFDM系统的LS信道估计可看作真实信道频率响应的一个有噪观察值,因此可采用子空间投影方法对噪声进行压缩。分析了利用子空间投影方法改进LS OFDM信道估计性能的实质,给出了利用子空间投影改进OFDM信道估计的一般框架,在此基础上将子空间投影推广到非LS信道估计方法。当信号子空间随时间变化时,需要采用子空间跟踪技术保持对信号子空间的良好估计,因此提出了一种基于子空间跟踪的参数化信道估计方法,仿真表明这种方法在性能上优于非参数化时的相应方法。

[关键词] OFDM; 子空间; 投影; 跟踪; 信道估计

[中图分类号] TN929.5 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2006)11-0086-08

1 引言

OFDM(正交频分复用)技术由于其潜在的抗多径衰落及高速数据传输能力、高的频带利用率等特点,已经在众多信息传输系统中得到应用^[1],如欧洲的DAB(数字音频广播)、DVB(数字视频广播)及IEEE802.11a无线局域网等。

为实现信号的相干解调,OFDM中需要使用信道估计技术来估计信道状态信息(CSI),从而可以使用均衡器来消除信道对传输信号的影响。目前已经提出了多种信道估计算法,主要包括基于发送已知符号(导频或训练序列)的信道估计算法和盲估计算法^[2-4],其中盲估计算法不需要接收端发送已知序列,从而节省了信道带宽,是一种高频带利用率的方案,但是由于需要经过长时间观察并接收大量数据后才能得到信道的可靠估计,计算复杂度较高及估计时延较大。在众多基于已知符号的信道估计技术中,最佳估计算法是采用二维维纳滤波的算法^[5],然而该算法由于在时频二维网格上利用维纳滤波准则估计信道,运算复杂程度高,因此一些复

杂度较低但性能良好的次优算法也被提出来。文献[6]中提出基于最小二乘估计的LS算法、基于线性均方准则的LMMSE算法,这些算法将信道看作准静态信道,仅使用频域相关性估计信道。文献[7]中根据最佳降阶理论,使用SVD(奇异值分解)对LMMSE算法进行改进,得到了一种低复杂度的低阶近似算法。文献[8]中完全利用了信道响应的时域和频域相关性,推导出了一种鲁棒信道估计算法,该算法精确程度很高但是计算复杂。文献[9]中根据无线信道的稀疏性,引入了参数化信道估计的算法,通过估计信道多径数目及时延参数,有效地减少了信道相关矩阵中信号空间维数,提高了信道估计性能。文献[10]中仅使用信道长度作为参数,利用ML准则导出了低复杂度ML信道估计算法,其性能与低阶LMMSE性能相当,但具有更低复杂度。文献[11]中针对信道的时变性特点引入了延迟子空间的概念,通过跟踪延迟子空间及信道系数的变化,得到了时变信道下的信道估计与跟踪算法。文献[12]中使用了GAIC准则判断信道长度,并通过逐级信道抽头系数抵消的方法同时判断出信

[收稿日期] 2005-06-14; **修回日期** 2005-07-23;

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(60272047)

[作者简介] 董亮(1980-),男,湖北仙桃市人,东南大学博士研究生,研究方向为OFDM无线通信与信号处理技术

道多径时延及加权值，从而得到了改进的 LS 估计方法。

受到参数化信道估计^[9]及延迟子空间的投影和跟踪^[11]的启发，笔者通过对子空间的投影和跟踪的分析，从一般的角度探讨了子空间方法对 OFDM 信道估计性能改变的实质，给出了利用子空间方法进行信道估计的一般框架，最后将子空间方法与参数化信道估计方法相结合提出了一种采用子空间跟踪的参数化信道估计方法。通过计算机仿真表明，在快衰落稀疏信道下，使用这种带子空间跟踪的参数化 OFDM 信道估计算法具有良好的性能。

2 系统模型

2.1 信道模型

笔者采用宽平稳不相关散射 (WSSUS) 稀疏多径信道模型，即信道中的多径数 d 小于相对于信道采样间隔的归一化时延扩展 τ_{\max} ，并且定义多径信道的稀疏系数为 $\text{Sparsity} = d/\tau_{\max}$ ，显然当稀疏系数越小，则信道稀疏性越强。信道冲激响应可表示为

$$h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{d-1} h_l(t) \delta(\tau - \tau_l(t)).$$

其中 $h_l(t)$, $\tau_l(t)$ 分别为在时刻 t 第 l 条径的信道复增益系数和多径时延。在时间选择性衰落情况下， $h_l(t)$ 随时间呈现较快的变化，而相对来讲， $\tau_l(t)$ 的变化较慢。

2.2 OFDM 系统模型

设 OFDM 系统中子载波数为 N ，则 OFDM 系统的调制解调过程表示如下：

信源在时刻 n 产生的频域数据为 $\mathbf{a}_n = [a_{n0} \ a_{n1} \ \dots \ a_{n(N-1)}]^T$ ，经过 IFFT 变换得到相应时域数据 $\mathbf{b}_n = \text{IFFT}_N \{ \mathbf{a}_n \} = [b_{n0} \ b_{n1} \ \dots \ b_{n(N-1)}]^T$ ，添加长度为 L 的循环前缀形成完整的 OFDM 符号

$$\mathbf{s}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N(N-L+1:N, :) \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \mathbf{b}_n,$$

其中 \mathbf{I}_N , $\mathbf{I}_N(N-L+1:N, :)$ 分别表示 N 阶单位阵及其最后 L 行组成的矩阵。OFDM 符号通过脉冲成形得到的等效基带时域波形为^[9]

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} a_{nk} \Psi_{nk}(t) * g_T(t),$$

$$\Psi_{nk}(t) = \begin{cases} e^{j2\pi \frac{k}{N}(t-LT_s-nT_s)} & nT_s < t < (n+1)T_s, \\ 0 & \text{其他,} \end{cases}$$

其中 $*$ 表示卷积运算， T 为有效数据持续时间， T_s 为时域采样间隔， $T_s = LT_s + T$ 为整个 OFDM 符号持续时间。

将该等效基带信号通过前述信道之后，接收端使用接收滤波器 $g_R(t)$ 对信号滤波，并重新采样、去掉循环前缀、作 FFT 变换解调后得到离散接收信号 $\mathbf{y}_n = [y_{n0} \ y_{n1} \ \dots \ y_{n(N-1)}]^T$ ，其中 $y_{nk} = a_{nk} \underline{H}_{nk} + N'_{nk}$ ，而 $\underline{H}_{nk} = G_T(k) H_{nk} G_R(k)$ 是发送滤波器 $g_T(t)$ 、多径信道频率响应 $H(f)$ 、接收滤波器 $g_R(t)$ 在频点 $f_k = k/T$ 处的联合信道频率响应值， N_{nk} 为时刻 n 第 k 个子载波上的零均值 AWGN，与信道模型相结合可以得到

$$H_{nk} = \sum_{l=0}^{d-1} h_l(nT_s) e^{-j2\pi \tau_l(nT_s) k/T}.$$

假定 OFDM 子载波都落在发送滤波器和接收滤波器联合频率响应的平坦区，为不失一般性设该联合响应平坦区的增益为 1，则 $\underline{H}_{nk} = H_{nk}$ ，从而可得到输入输出及信道之间的关系式

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{X}_n \mathbf{H}_n + \mathbf{N}'_n \quad (1)$$

$$\text{其中 } \mathbf{X}_n = \text{diag} \{ \mathbf{a}_n \} = \begin{bmatrix} a_{n0} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{n1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n(N-1)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_n = \begin{bmatrix} H_{n0} \\ H_{n1} \\ \vdots \\ H_{n(N-1)} \end{bmatrix}, \mathbf{N}'_n = \begin{bmatrix} N'_{n0} \\ N'_{n1} \\ \vdots \\ N'_{n(N-1)} \end{bmatrix}.$$

信道估计的任务就是根据接收符号 \mathbf{y}_n 与发送符号 \mathbf{a}_n 中的某些已知信息，得到信道频率响应向量 \mathbf{H}_n 的估计值，该值将被均衡器用来恢复发送端传输的数据。

3 信道估计与子空间投影

3.1 子空间投影的概念和作用

给定 M 维全空间 \mathcal{E} 的一个 m ($m < M$) 维信号子空间 $\Omega = \text{spa} \{ \theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_m \}$ ，其中 M 维向量 $\theta_i = [\theta_{i1} \ \theta_{i2} \ \dots \ \theta_{iM}]$, $i = 1, 2, \dots, m$ 是 Ω 的一组标准正交基。若发送端产生某向量 $\boldsymbol{\eta} \in \Omega$ ，且将该向量发送到接收端，在传输过程中向量受到了 M 维零均值加性高斯白噪声 \mathbf{n} 的影响，从而得到的只是一个有噪声的观察值： $\mathbf{r} = \boldsymbol{\eta} + \mathbf{n}$ ，其中加性白噪声 $\mathbf{n} \in \mathcal{E}$ ，但 $\mathbf{n} \notin \Omega$ ，且白噪声 \mathbf{n} 每

维的方差为 σ^2 ，则接收到的信号与原信号的均方误差为

$$\epsilon^2 = E\{\|r - \eta\|^2\} = E\{\text{tr}(nn^H)\} = \text{tr}(\sigma^2 I_M) = M\sigma^2.$$

其中 $E\{\cdot\}$ 表示数学期望操作，而 $\text{tr}(\cdot)$ 表示求矩阵的迹。可见均方误差 ϵ^2 与噪声的维数 M 成正比，如果能够通过某种操作将噪声限定在维数更小的子空间内，并且对原始信号不产生影响，则能够有效减少噪声对原始信号的污染。在子空间理论中，这种操作可以通过子空间投影来实现。而子空间投影操作的进行依赖于接收方对发送信号子空间的了解程度，具体分以下3种情况。

1) 接收方对信号子空间没有任何先验知识。此时投影矩阵只能设为 $P_1 = I_M$ ，经过投影并不会减少噪声空间的维数，无法实现噪声空间的压缩。

2) 接收方了解某个包含信号子空间 Ω 的更大子空间 Ω' ，即满足 $\Omega \subset \Omega' \subset E$ ，且令 $\Omega' = \text{span}\{q_1, q_2, \dots, q_K\}$ ， $m < K < M$ 。 q_i ($i = 1, 2, \dots, K$)是 Ω' 的任意一组基。

此时可以构造矩阵 $Q = [q_1, q_2, \dots, q_K]$ ，而投影矩阵即为： $P_2 = QQ^+$ ，其中 Q^+ 表示 Q 的Moore-Penrose广义逆。经过投影的接收向量为 $r' = P_2 r = QQ^+ \eta + QQ^+ n = \eta + QQ^+ n$ 。其中第三个等式是由于 $\eta \in \Omega \subset \Omega'$ 。此时的均方误差为

$$\epsilon^2 = E\{\|r' - \eta\|^2\} = E\{\text{tr}(QQ^+ nn^H QQ^+)\} = \text{tr}(\sigma^2 Q^+ Q) = \text{tr}(\sigma^2 I_K) = K\sigma^2.$$

可见对信号子空间的了解，可以提高对原始信号判断的准确性。

3) 接收方完全了解原始信号子空间 Ω 。设 u_i ($i = 1, 2, \dots, m$)是 Ω 的任意一组基，构造矩阵 $Z = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]$ ，则投影矩阵为： $P_3 = ZZ^+$ ，同上推导可知投影后均方误差为

$$\epsilon^2 = m\sigma^2.$$

可见，噪声得到了最大程度上的压缩。

在OFDM信道估计问题中，LS估计值实质上可看作信道响应的一个有噪声观察值^[11]，很多信道估计算法可以看成是显式或隐含使用投影的方法来对该估计值进行改进，从而提高了估计性能。

3.2 OFDM信道估计中的子空间投影

假设系统使用梳状导频，即在每个OFDM符号中相同导频位置插入导频符号，且导频符号采用文献[13]中的最佳导频序列，即等间隔等功率的导

频。

令导频间隔相对于子载波间隔的归一化值为 D_f ，导频符号所处的位置集合为 $\mathcal{T} = \{p(0), p(1), \dots, p(M-1)\}$ ，其中 $p(i) = iD_f$ ， $i = 0, 1, \dots, M-1$ ，且有 $M = \lceil N/D_f \rceil$ 。显然当 $D_f = 1$ 时，即为使用训练序列时的情形。

得到导频处的信道频率响应值后通过插值，即可获得所有子载波处的信道频率响应值。这里集中讨论导频处的信道响应估计问题，不考虑插值算法的选择问题。

在插入导频符号时，在导频点处OFDM系统的输入输出关系可由式(1)改写为

$$y_n^{(p)} = X_n^{(p)} H_n^{(p)} + N_n^{(p)} \quad (2)$$

其中上标 (p) 表明相应各项取对应于导频处的值。

首先讨论最基本的LS信道估计器，该估计器依据如下准则得到：

$$\hat{H}_{n,LS}^{(p)} = \arg \min_{H_n^{(p)}} \{\|y_n^{(p)} - X_n^{(p)} H_n^{(p)}\|^2\} = X_n^{(p)-1} y_n^{(p)} = H_n^{(p)} + X_n^{(p)-1} N_n^{(p)} = H_n^{(p)} + N_n^{(p)} \quad (3)$$

其中的噪声分量均值为零，协方差矩阵为 $R_n = E\{N_n^{(p)} N_n^{(p)H}\} = \sigma_n^2 / \sigma_x^2 I_M$ ，其中 σ_n^2 ， σ_x^2 分别为噪声方差和导频信号功率。可见 $\hat{H}_{n,LS}^{(p)}$ 实际上是导频处被零均值AWGN所污染的真实信道响应的观察值。根据前述讨论，只要能够得到信号子空间（此处即为导频信道响应子空间）的相关信息，就能改进导频处OFDM的信道估计。

值得注意，在OFDM系统中，导频处系统的信道响应 $H_n^{(p)}$ 的物理意义决定了它受下式约束：

$$H_n^{(p)} = \begin{bmatrix} \omega_N^{p(0)\tau_{n,0}} & \omega_N^{p(0)\tau_{n,1}} & \dots & \omega_N^{p(0)\tau_{n,d-1}} \\ \omega_N^{p(1)\tau_{n,0}} & \omega_N^{p(1)\tau_{n,1}} & \dots & \omega_N^{p(1)\tau_{n,d-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_N^{p(M-1)\tau_{n,0}} & \omega_N^{p(M-1)\tau_{n,1}} & \dots & \omega_N^{p(M-1)\tau_{n,d-1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{n,0} \\ h_{n,1} \\ \vdots \\ h_{n,d-1} \end{bmatrix} = W_N^{(p)}(\tau_n) h_n \quad (4)$$

其中 $\omega_N = e^{-j2\pi/N}$ ， $\tau_{n,l} = \tau_l(nT_f)$ ， $h_{n,l} = h_l(nT_f)$ ， $\tau_n = [\tau_{n,0} \ \tau_{n,1} \ \dots \ \tau_{n,d-1}]^T$ 。显然 $H_n^{(p)} \in \text{span}\{W_N^{(p)}(\tau_n)\}$ ，而 $S \in \text{span}\{W_N^{(p)}(\tau_n)\}$ 即为导频信号子空间，可见信号子空间由 τ_n 完全决定。另外把

$D_t = 1$ ，即使用训练序列时的 $W_N^{(p)}(\tau_n)$ 记为 $W_N(\tau_n)$ 。

在讨论一般情况下的子空间投影时，需要知道信号所在空间的一组基。在 OFDM 信道估计中，如果充分利用上述的物理结构，则可以将所需要的投影条件下降到只需了解信号子空间的维数（而不是信号子空间的一组基）。

根据对信道多径数目 d 的了解程度不同，对 τ_n 作不同假设，产生了不同的估计方法：

1) $\hat{\tau}_n = [0 \ 1 \ \dots \ M-1]^T$ （完全不了解 d ），对应于基本 LS 估计^[6]。此时，投影矩阵为 $P_1 = I_M$ ，估计值为 $\hat{H}_{n,LS}^{(p)} = \hat{H}_{n,LS}^{(p)} = X_n^{(p)-1} y_n^{(p)}$ ，与前述一般情况下的子空间投影相同，这时无法从子空间投影角度对 $\hat{H}_{n,LS}^{(p)}$ 进行改进，因此导频处估计均方误差为 $\epsilon^2 = M\sigma_n^2/\sigma_x^2$ 。

2) $\hat{\tau}_n = [0 \ 1 \ \dots \ L-1]^T$ （知道 d 的上界 L ），对应于改进的 LS 估计^[6]。估计出的信号子空间为 $\hat{S} = \text{span}\{W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n)\}$ 。在整数时延信道下，由于 $W_N^{(p)}(\tau_n)$ 是 $W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n)$ 的某 d 列组成的矩阵，所以 $S \subset \hat{S}$ 。此时投影矩阵为 $P_2 = W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n) \cdot W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n)^+$ 。估计出来的导频处信道为 $\hat{H}_{n,LS}^{(p)} = P_2 \hat{H}_{n,LS}^{(p)}$ 。与一般投影讨论中的情况 2 对应，可知此时信道估计的均方误差减小为 $\epsilon_2 = L\sigma_n^2/\sigma_x^2$ 。

3) τ_n 长度 d 已知或通过某种方法估计得到，对应于非参数化信道估计（延迟子空间信道估计^[11]）和参数化估计^[9]。

由于仅仅知道信道多径数 d ，而不知道各径具体位置，从而无法得到 τ_n 的估计，也就不能直接利用 $\text{span}\{W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n)\}$ 估计信号子空间。非参数化方法在估计出信号子空间的一组基之后立即将 $\hat{H}_{n,LS}^{(p)}$ 向该基投影^[11]；而参数化方法则利用得到的信号子空间采用某种方法（如 ESPRIT^[9]）估计时延参数 τ_n ，从而得到信号子空间的二次估计 $\text{span}\{W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n)\}$ ，此时再进行投影。如图 1 所示，可见参数化方法与常规方法思路一致，都依赖于 τ_n 的确定，在常规方法中是对它进行假定，而参数化方法中则对其进行估计得到。从直觉上看参数化方法增加了额外的处理，理应具有更好性能，而后的仿真结果也证明了这一点。下面首先讨论图 1 中右边分支的第一次信号子空间估计方法。

在无线通信环境中，多径时延 $\tau_{n,l}$ 随时间的变化速度相对多径信道系数 $h_{n,l}$ 的变化非常缓慢，两

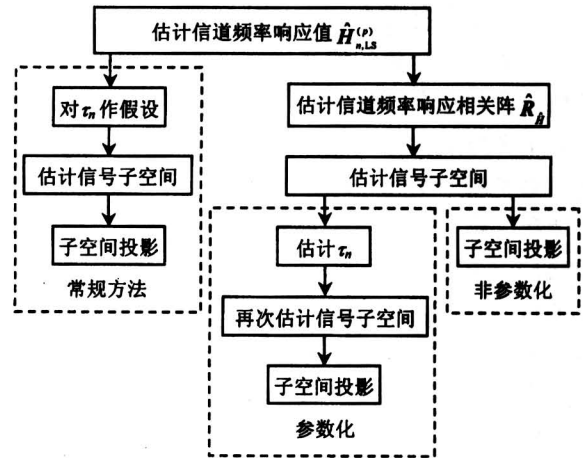


图 1 子空间投影与信道估计

Fig.1 Subspace projecting and channel estimation

者之间常相差 2~3 个量级^[11]。因此在某段观察时间内可以近似地将 $\tau_{n,l}$ 看作常数，并省略其时间下标 n ，将等式 (3) 改写为 $\hat{H}_{n,LS}^{(p)} = W_N^{(p)}(\tau) h_n + N_n^{(p)}$ ，则 $\hat{H}_{n,LS}^{(p)}$ 的自相关矩阵为 $R_{\hat{H}} = E\{\hat{H}_{n,LS}^{(p)} \hat{H}_{n,LS}^{(p)H}\} = W_N^{(p)}(\tau) R_h W_N^{(p)}(\tau)^H + \sigma_n^2 I_M$ ，其中 $R_h = \text{diag}\{[\sigma_0^2 \ \sigma_1^2 \ \dots \ \sigma_{d-1}^2]\}$ ，而 $\sigma_l^2 = E\{|h_{n,l}|^2\}$ ($0 \leq l \leq d-1$) 是多径时延功率谱。设 $R_{\hat{H}}$ 的特征分解 (ED) 为

$$R_{\hat{H}} = [U_s, U_n] \begin{bmatrix} \Lambda + \sigma_n^2 I_d & 0 \\ 0 & \sigma_n^2 I_{M-d} \end{bmatrix} [U_s, U_n]^H,$$

其中 U_s 是相应于最大 d 个特征根的特征向量组成的矩阵，则有

$$\text{span}\{U_s\} = \text{span}\{W_N^{(p)}(\tau)\} = S \quad (5)$$

故 $\text{span}\{U_s\}$ 也是原信号子空间。因此只要得到了 $R_{\hat{H}}$ 的估计值并精确了解信道多径数 d ，就可以通过 ED 得到原始信号子空间的估计。在实际计算中， $R_{\hat{H}}$ 的估计值可通过

$$\hat{R}_{\hat{H}} = \frac{1}{I} \sum_{i=0}^I \hat{H}_{i,LS}^{(p)} \hat{H}_{i,LS}^{(p)H}$$

计算获得，而 d 的估计可采用直接 ED 分解、MDL 准则^[9]或 AIC/GAIC^[12] 准则等进行。

此处可以得到，在信道多径数目已知时，通过子空间投影方法能够达到的最小均方误差为 $\epsilon_2 = d\sigma_n^2/\sigma_x^2$ 。当然由于子空间估计存在误差，所以实际均方误差应该略大于该值。

4 信道估计与子空间跟踪

在实际应用中，无线信道的多径时延总是在缓慢变化的。为了保持子空间投影的准确性，必须对

信号子空间进行跟踪。

对于非参数化的信道估计和投影,文献[11]中将快速序列正交迭代^[14]引入延迟子空间的跟踪中,得到了良好的信道估计性能。

笔者将子空间跟踪算法也推广到参数化的信道估计和投影。首先利用子空间跟踪算法估计出信号子空间;其次利用估计出的信号子空间使用 ESPRIT 方法^[16]来估算信道多径时延 τ_n ;最后将初始信道估计向 $\text{span}\{\mathbf{W}_N^{(p)}(\hat{\boldsymbol{\tau}}_n)\}$ 上投影,得到精度更高的导频处信道估计值。

4.1 子空间跟踪算法

常见的子空间跟踪器使用基于快速序列正交迭代^[14],或 Lanczos 类迭代算法^[15]的子空间跟踪算法。为了与非参数化情况下的性能作比较,在参数化情形下也采用基于快速序列正交迭代的算法。

基于快速序列正交迭代的子空间跟踪算法首先是在自适应低秩滤波器(low-rank adaptive filters)的应用背景下提出。自适应低秩滤波器需将信号投影到显著信号子空间(dominant signal space)中,而不是像 RLS 自适应滤波器一样将信号投影到全数据子空间(complete data subspace),因此在每个时刻都需要得到当前显著信号子空间的信息。利用序列正交迭代可构造 Shur 伪逆来近似低秩滤波器推导中所需的 Moore-Penrose 伪逆,从而可推导出高效的自适应低秩滤波器。

令 Φ_n 是时刻 n 待进行 ED 的样本自相关矩阵, Q_n 是时刻 n 的正交迭代矩阵,则基本序列正交迭代的过程如下:

- 1) 计算 $A_n = \Phi_n Q_{n-1}$;
- 2) 对 A_n 作 QR 分解 $A_n = Q_n R_n$ 。

每个时刻 n 重复上述过程即可得到信号子空间估计为 $\hat{S}_n = \text{span}\{Q_n\}$ 。

实际应用中,样本自相关阵 Φ_n 一般使用秩 1 修正的方式得到,即 $\Phi_n = \kappa \Phi_{n-1} + z_n z_n^H$,其中 $1 < \kappa \leq 1$ 是一给定常数, z_n 是时刻 n 的样本列向量。

为加快序列正交迭代跟踪速率,一个基本思想就是把正交迭代矩阵 Q_n 向前一时刻的 $\text{span}\{Q_{n-1}\}$ 上投影,可将 Q_n 作正交分解 $Q_n = P_{Q_{n-1}} Q_n + \Delta_n$,其中 $P_{Q_{n-1}}$ 是 $\text{span}\{Q_{n-1}\}$ 上的正投影阵, Δ_n 是 Q_n 中与 $\text{span}\{Q_{n-1}\}$ 正交的分量。令 $\Gamma_n = Q_{n-1}^H Q_n$,则可推出^[14]:

其中 $\Phi_{n-1} \Delta_{n-1}$ 计算量最大,但对迭代影响可

忽略,因此将该项舍弃,得到快速正交迭代算法如下^[14]:

- 1) 计算 $A_n = \kappa A_{n-1} \Gamma_{n-1} + z_n z_n^H Q_{n-1}$;
- 2) 对 A_n 作 QR 分解 $A_n = Q_n R_n$ 。
- 3) 计算 $\Gamma_n = Q_n^H Q_{n-1}$;

在每个时刻 n 重复上述过程得到信号子空间估计 $\hat{S}_n = \text{span}\{Q_n\}$ 。

该算法的特点是迭代过程中不需要明确计算样值相关矩阵 Φ_n ,只要给定初始值 Q_0 , Γ_0 和 A_0 ,每次输入当前样本列向量 $z_n = \hat{H}_{n,LS}^{(p)}$,通过上述迭代即可得到导频信号子空间估计。利用 QR 分解得到的矩阵 R_n 也可以进一步在算法中引入自适应阶数估计,从而在每个时刻 n 都可以更新信道多径数目 d 的估计值。

4.2 多径时延 τ_n 的估计

设 $J_0 = [I_{M-1}, 0]$ 和 $J_1 = [I_{M-1}, 0]$ 都是 $(M-1) \times M$ 的矩阵。令 $U_0 = J_0 W_N^{(p)}(\tau_n)$, $U_1 = J_1 W_N^{(p)}(\tau_n)$,易见 U_0 , U_1 分别是 $W_N^{(p)}(\tau_n)$ 前 $M-1$ 行和后 $M-1$ 行组成的矩阵。即

$$U_0 = \begin{bmatrix} \omega_N^{p(0)\tau_n,0} & \omega_N^{p(0)\tau_n,1} & \cdots & \omega_N^{p(0)\tau_n,d-1} \\ \omega_N^{p(1)\tau_n,0} & \omega_N^{p(1)\tau_n,1} & \cdots & \omega_N^{p(1)\tau_n,d-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_N^{p(M-2)\tau_n,0} & \omega_N^{p(M-2)\tau_n,1} & \cdots & \omega_N^{p(M-2)\tau_n,d-1} \end{bmatrix},$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} \omega_N^{p(1)\tau_n,0} & \omega_N^{p(1)\tau_n,1} & \cdots & \omega_N^{p(1)\tau_n,d-1} \\ \omega_N^{p(2)\tau_n,0} & \omega_N^{p(2)\tau_n,1} & \cdots & \omega_N^{p(2)\tau_n,d-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_N^{p(M-1)\tau_n,0} & \omega_N^{p(M-1)\tau_n,1} & \cdots & \omega_N^{p(M-1)\tau_n,d-1} \end{bmatrix}。$$

设导频间隔为 D_f ,令

$$\Phi = \text{diag}\{\omega_N^{D_f \tau_n,0}, \omega_N^{D_f \tau_n,1}, \cdots, \omega_N^{D_f \tau_n,d-1}\},$$

则有 $U_1 = \Phi U_0$ 。

由等式(5)可知,存在 $d \times d$ 阶可逆矩阵 T ,使得 $U_s = W_N^{(p)}(\tau_n) T$ 。从而有^[16]

$$J_1 U_s = U_1 T = U_0 \Phi T = J_0 U_s T^{-1} \Phi T = J_0 U_s B \quad (6)$$

其中 $B = T^{-1} \Phi T$,只需求出矩阵 B 的特征值,就能得到对角阵 Φ 的对角线上元素,从而得到 τ_n 。在实际中,由于导频处频率自相关矩阵可以近似估计出来,对估计出来的自相关阵作 ED 分解可得到 U_s 的估计 \hat{U}_s ,因此式(6)只能近似满足。为求得 B 可使用准则 $B = \arg \min_B \{ \| J_1 \hat{U}_s - J_0 \hat{U}_s B \|^2 \}$,最终得到

$$B = (J_0 \hat{U}_n)^* J_1 \hat{U}_n \quad (7)$$

上述过程使用的就是 ESPRIT 方法^[16]，该方法最早是由 Roy 在解决波达方向 (DOA) 时提出。而该方法在 OFDM 信道估计中得以使用的主要原因，是系统采用的等间隔导频造成导频信号子空间产生了旋转不变性。

4.3 第二次导频处信道响应子空间估计与投影

在得到多径时延的估计值 $\hat{\tau}_n$ 后，导频处信道响应的信号子空间第二次估计为

$$\bar{S}_n = \text{span}\{W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n)\},$$

因此得到投影矩阵为 $P_0 = W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n)(W_N^{(p)}(\hat{\tau}_n))^*$ ，经过投影后最终得到改进的导频处信道估计值为

$$\bar{H}_{n,LS}^{(p)} = P_0 \hat{H}_{n,LS}^{(p)} \quad (8)$$

虽然所讨论的都是针对 LS 类信道估计，但对于非 LS 类估计，如鲁棒 MMSE 信道估计方法（即将信道多径时延功率谱假定为平坦谱的 MMSE 算法），同样可以利用子空间投影来改进其性能，这一点可以从下述的仿真结果中明确看出。因此，所提到的子空间投影与跟踪算法是一种可以广泛应用的普遍方法。

5 仿真结果与讨论

仿真中采用的 OFDM 系统的子载波数目 $N = 128$ ，时域采样周期 $T_s = 7.8125 \mu s$ ，有效数据持续时间为 $T = NT_s = 1 \text{ ms}$ ，循环前缀相对时域采样周期的归一化长度为 $L = 32$ ，子载波使用 QPSK 调制，载波频率 $f_c = 2.4 \text{ GHz}$ 。信道 Doppler 效应采用 Jakes 模型构建，为仿真快衰落信道，Doppler 频率设为 $f_{\max} = 80 \text{ Hz}$ 。多径时延功率谱采用指数衰减型时延功率谱。

仿真中通过投影得到导频处频率响应的估计值后，使用基于 DFT 的插值算法得到所有子载波上的信道频率响应，即整个信道的频率响应依下式计算获得

$$\hat{H}_{LS} = W_N(\tau_n)(W_N^{(p)}(\tau_n))^* \bar{H}_{n,LS}^{(p)}$$

可以看出，使用基于 DFT 的插值算法同时完成导频处子信道响应的投影和对其他频点信道响应的插值。由此可见，如果使用基于 DFT 的插值算法，非参数化方法实际上也可以看作经过了 2 次投影，但由于无法得到具体信道时延，第二次投影的子空间维数将会很大，因此非参数化方法的第二次投影

(DFT 插值) 效果将不会很明显。仿真中定义归一化信道均方误差为

$$\text{NMSE} = \|\hat{H} - H\|^2 / \|H\|^2,$$

其中 H 是真实信道响应， \hat{H} 为相应估计值。

5.1 导频信号子空间不变时，子空间投影对信道估计性能的改进

此时假设信道为 3 径信道，且归一化多径时延在仿真过程中保持为 $\tau_n = [0 \ 3 \ 10]^T$ 。每时刻 n 的信号子空间使用直接 ED 分解得到信号子空间，此时对基本 LS 算法、鲁棒 MMSE 算法、有投影的 LS 算法、有投影的鲁棒 MMSE 算法、投影 ESPRIT 算法进行了仿真，其结果如图 2 所示。

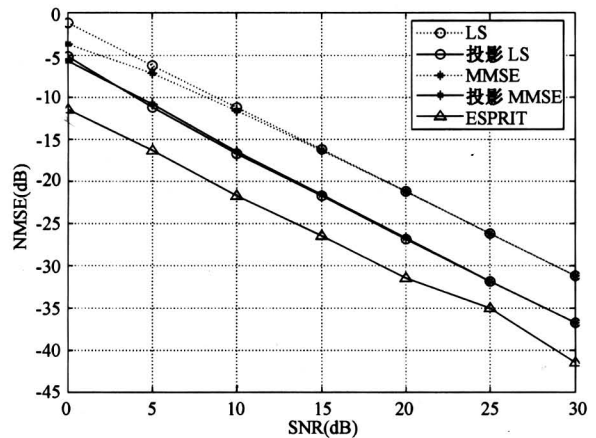


图 2 子空间投影对信道估计性能的改进 1

Fig.2 Improvement of channel estimation performance when subspace projecting is used (1)

可见使用子空间投影可以有效地提高信道估计精度（不管是对 LS 类算法还是 MMSE 类算法），同时，使用参数化的子空间投影（ESPRIT）可以得到比非参数化的子空间投影更好性能。这是由于利用子空间投影压缩信道估计的噪声，提高了估计性能。

5.2 导频信号子空间不变时，使用子空间跟踪与投影技术对信道估计性能的改变

仿真中使用与 5.1 节中仿真相同信道设置，但此时的信号子空间是利用子空间跟踪技术得到，仿真结果如图 3 所示。

从图 3 可以看出，使用子空间跟踪算法与子空间投影算法相结合同样能提高信道估计性能，但计算量比 5.1 节中的算法大大下降。

5.3 导频子空间发生变化时，非参数化^[11]和参数化子空间跟踪与投影方法性能比较

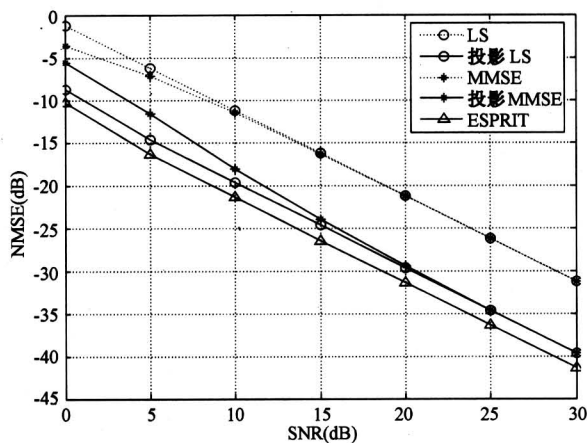


图 3 子空间投影对信道估计性能的改进 2

Fig.3 Improvement of channel estimation performance when subspace projecting is used (2)

对多径信道的每次实现仿真了 2 000 个 OFDM 符号, 在前 1 000 个 OFDM 符号期间, 信道多径时延 $\tau_n = [0 \ 3 \ 10]^T$, 而在后 1 000 个 OFDM 符号期间, 信道多径时延变为 $\tau_n = [0 \ 8 \ 11]^T$ 。另外还仿真了非整数时延信道下相应的性能比较, 其中前 1 000 个 OFDM 符号期间多径时延为 $\tau_n = [0 \ 3.4 \ 10.5]^T$, 后 1 000 个 OFDM 符号期间多径时延为 $\tau_n = [0 \ 8.4 \ 11.5]^T$ 。在 SNR = 20 dB 时仿真结果分别如图 4、图 5 所示。为方便比较, 仿真中还列举了使用 LS 估计时的信道归一化均方误差。

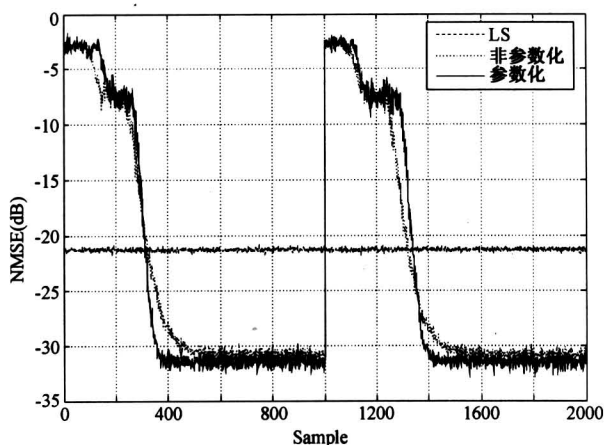


图 4 整数时延信道下子空间跟踪性能比较

Fig.4 Comparison of subspace tracking performance under sample-spaced multipath delay

从仿真结果可以看出, 在整数时延信道下, 所提出的算法与文献[11]中的算法跟踪速率大致相当, 但稳态时的信道估计 NMSE 性能优于文献[11]

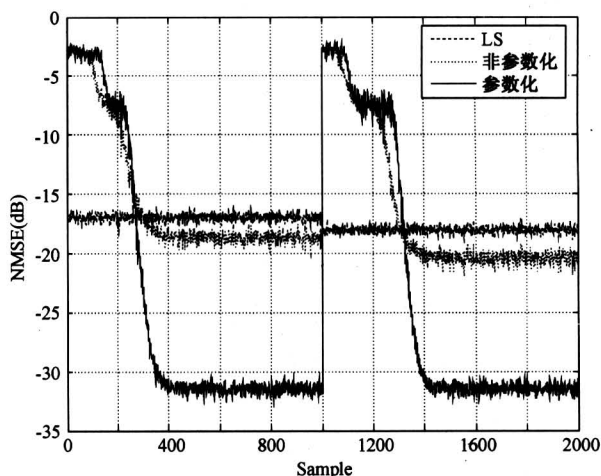


图 5 非整数时延信道下子空间跟踪性能比较

Fig.5 Comparison of subspace tracking performance under non-sample-spaced multipath delay

中的算法。而在非整数时延信道下, 该算法 NMSE 性能则远优于文献[11]中的算法。另外从图 5 中容易看出, 在非整数时延信道下, 多径时延的变化会导致 LS、非参数化投影跟踪方法信道估计质量的跳变, 但所采用的参数化投影跟踪方法性能保持稳定, 从而更具鲁棒性。

6 结论

子空间投影技术是一种压缩参数估计误差、提高估计性能的有效手段。在 OFDM 环境下, 利用子空间投影方法改进信道估计性能的实质, 是充分利用已知或通过估计得到的信道阶数信息来减小信道估计空间的维数, 从而减小估计误差。由于子空间投影方法并不局限于某些特定环境, 因此可以将子空间投影推广到非 LS 信道估计方法。当信号子空间随时间变化时, 需要采用子空间跟踪技术保持对信号子空间的良好估计。笔者提出的基于子空间跟踪的参数化信道估计方法在性能上优于非参数化时的相应方法, 并能在信道多径时延发生变化时保持稳定性能。

参考文献

- [1] Zou W Y, Wu Y. COFDM: an overview[J]. IEEE Trans Broadcasting, 1995, 41(Mar): 1~8
- [2] Zeng H H, Tong L. Blind channel estimation using the second-order statistics: algorithm[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(Aug): 1919~1930

- [3] Heath R W, Giannakis G B. Exploiting input cyclostationarity for blind channel identification in OFDM systems [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1999, 47 (Mar): 848 ~ 856
- [4] Cai X, Akansu A N. A subspace method for blind channel identification in OFDM systems [A]. *Proc ICC2000* [C]. 2000. 929 ~ 933
- [5] Hoehner P, Kaiser S, Robertson P. Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by wiener filtering [A]. *Proc ICASSP-97* [C]. April 1997. 1845 ~ 1848
- [6] Van de Beek J J, Edfors O, Sandell M, et al. On channel estimation in OFDM systems [J]. *Proc IEEE*, 1995, 2 (July): 815 ~ 819
- [7] Edfors O, Sandell M, Van de Beek J J, Wilson S K, et al. OFDM channel estimation by singular value decomposition [J]. *IEEE Trans Commun*, 1998, 46 (July): 931 ~ 939
- [8] Li Y, Cimini Jr L J, Sollenberger N R. Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels [J]. *IEEE Trans Commun*, 1998, 46 (July): 902 ~ 915
- [9] Yang B, Letaief K B, Cheng R S, et al. Channel estimation for OFDM transmission in multipath fading channels based on parametric channel modeling [J]. *IEEE Trans Commun*, 2001, 49 (Mar): 467 ~ 479
- [10] Deneire L, Vandenameele P, Van der Perre L, et al. A low-complexity ML channel estimation for OFDM [J]. *IEEE Trans Commun*, 2003, 51 (Feb): 135 ~ 140
- [11] Simeone O, Bar-Ness Y, Spagnolini U. Pilot-based channel estimation for OFDM systems by tracking the delay-subspace [J]. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2004, 3 (Jan): 315 ~ 325
- [12] Raghavendra M R, Giridhar K. Improving channel estimation in OFDM systems for sparse multipath channels [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12 (Jan): 52 ~ 55
- [13] Negi R, Cioffi J. Pilot tone selection for channel estimation in a mobile OFDM system [J]. *IEEE Trans Consum Electron*, 1998, 44 (Aug): 1112 ~ 1128
- [14] Strobach P. Low-rank adaptive filters [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1996, 44 (Dec): 2932 ~ 2947
- [15] Comon P, Golub G H. Tracking a few extreme singular values and vectors in signal processing [J]. *Proc IEEE*, 1990, 78 (Aug): 1327 ~ 1343
- [16] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques [J]. *IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing*, 1989, 37 (July): 984 ~ 995

Improving the Performance of OFDM Channel Estimation through Subspace Projecting and Tracking

Dong Liang, Cao Xiuying, Bi Guangguo

(*National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China*)

[Abstract] The LS channel estimation of OFDM systems can be viewed as a noisy observation of the true channel frequency response, so the noise component can be compressed through subspace projecting. In this paper, the substance of the improvement of LS channel estimation is analyzed when subspace projecting is enforced, and the general framework to perform subspace projecting in the context of OFDM channel estimation is given, based on which this method is extended to non-LS channel estimation. When signal subspace varies with time, subspace tracking should be performed to maintain a good estimation of signal subspace. At the end of this paper, a subspace tracking based parametric channel estimator is presented, and computer simulation shows that this channel estimator outperforms its nonparametric counterparts.

[Key words] OFDM; subspace; projecting; tracking; channel estimation