

黏聚裂纹阻抗的弯曲梁承载力

王利民¹, 徐世², 任传波¹

(1. 山东理工大学交通学院力学部, 山东淄博 255049;

2. 大连理工大学土木工程系, 辽宁大连 116024)

[摘要] 在混凝土类软化材料断裂研究中, 裂纹端部损伤区被简化为具有黏聚应力分布的非线性裂纹, 该黏聚力对裂纹扩展有阻抗作用。裂纹体的应力强度因子是断裂力学标志载荷作用与几何构型因素的量化表达指标; 黏聚力形成的阻抗强度因子数值, 与黏聚裂纹长度和材料极值拉伸应力存在数量关系。通过双 K 断裂判据, 以带切口的三点弯曲梁为断裂力学模型, 分析了裂纹黏聚阻力对断裂过程的影响规律, 计算该弯曲梁结构断裂试样的最大承担载荷; 其结果比较符合实验数据。

[关键词] 黏聚裂纹; 三点弯曲梁; 混凝土; 双 K 断裂参数; 结构承载力

[中图分类号] TU31 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742 (2007) 02-0030-06

1 引言

传统的强度理论在假设材料结构中不存在局部缺陷和损伤的前提下, 一般以应力应变或应力的组合作为参量进行强度计算。对于存在缺陷的材料结构, 断裂力学视其为几何裂纹或裂缝。物理介质中裂纹的出现改变了无缺陷或裂纹介质结构的应力及应变分布, 裂纹或缺陷附近应力集中一般较大。按照线弹性断裂力学理论, 裂纹端部的应力存在奇异性分布, 即应力不是有限数值。因此, 具有裂纹的固体中强度指标不再是应力或应变, 而是以表征应力奇异性强弱的应力强度因子^[1,2]。裂纹破坏通常分为张开 I 型、滑开 II 型和撕开 III 型等三大类; I 型裂纹尖端是拉伸应力起主要作用, II 型和 III 型裂纹都是剪应力为主导, 只是剪切方向分别与裂纹端线垂直或平行。笔者主要研究 I 型裂纹力学问题。

断裂力学在 20 世纪比较成功地应用于金属类强化材料, 尤其是压力容器的强度设计^[3,4]。该类材料细观结构的塑性变形与损伤由晶体结构位错与滑移所致, 塑性区的应力强化和剪切变形使裂纹端

部钝化, 在失稳破坏前裂纹端部塑性损伤区长度较小, 材料结构的失稳断裂参数受裂纹体尺寸的影响不太大, 故以应力强度因子作为强度指标^[4,5]。然而结构工程中采用的混凝土岩石类准脆性材料与金属材料不同, 它不是微观结构比较稳定的晶体, 其内部存在空隙与缺陷, 结构损伤与破坏过程发生于应力集中部位; 当应力与变形达到一定数值时, 缺陷或裂纹会发展与串结形成损伤带, 失效过程宏观表现为材料结构具有软化特性, 即应力与应变关系为下降曲线, 断裂参数尺寸效应非常明显^[6~8], 因此引起了诸多学者的关注。其中有基于裂端塑性应力分布的虚拟裂纹模型^[9], 有以裂纹口张开位移与应力强度因子作为参量的两参数模型^[10], 有考虑裂纹发展区增韧作用, 以起裂强度因子和失稳强度因子为指标的双 K 断裂模型^[11], 等等。总之, 材料的失效是其内部微裂纹及损伤萌生发展与集聚而导致的突变的复杂物理变化过程^[12]。

借助断裂力学方法, 软化材料裂纹端部破损过程区内微观和宏观裂纹及缺陷与材料介质之间的相互作用, 宏观上能够简化为具有黏聚力的非线性裂

[收稿日期] 2006-03-20; 修回日期 2006-07-18

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目 (50438010, 10272068), 山东省自然科学基金资助项目 (Y2002A02)

[作者简介] 王利民 (1962-), 男, 山东章丘市人, 博士, 山东理工大学交通学院教授

纹。笔者通过黏聚裂纹模型分析结果和双 K 断裂判据，研究具有裂纹的弯曲结构梁的断裂变化规律和该弯曲结构的最大承载能力计算。

2 切口梁弯曲断裂模型

主要承担弯曲变形的梁是结构工程中广泛应用的构件形式。图 1 所示为具有弯曲裂纹的简支梁断裂力学模型。设材料为单一介质，除损伤区以外被视为弹性的。在梁的拉伸一侧，预制贯穿梁厚度的裂纹长度为 a_0 ，载荷达到一定数值后，裂纹在载荷作用下逐渐扩展，其扩展长度为 b 。随着载荷增加，断裂过程区长度 b 也逐渐增加；当长度到达一定数值时，载荷达到最大值，裂纹将失稳扩展，构件全部断裂破坏。若设定简支梁的跨度为 s ，高度和厚度分别为 h 和 B ，根据线弹性断裂力学理论能够得到光滑裂纹尖端应力强度因子 K_I 与裂纹长度 a 和载荷 P 的数量关系。当 $s/h=8$ 时^[13,14],

$$K_I = \frac{3Ps}{2Bh^2} \sqrt{\pi a} \left[1.106 - 1.552 \frac{a}{h} + 7.71 \left(\frac{a}{h} \right)^2 - 13.53 \left(\frac{a}{h} \right)^3 + 14.23 \left(\frac{a}{h} \right)^4 \right] \quad (1)$$

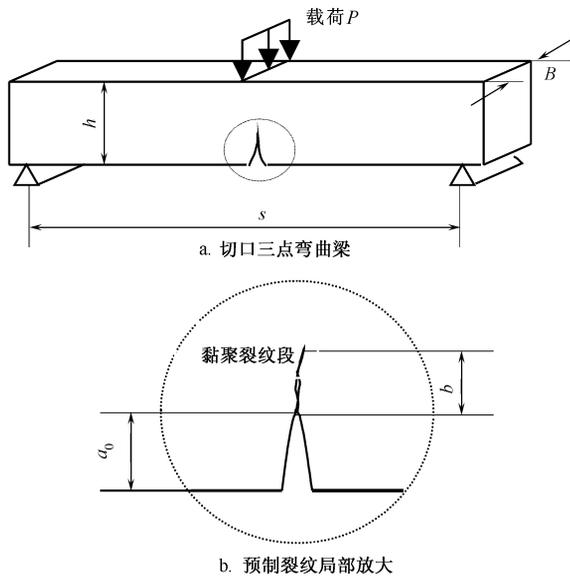


图 1 三点弯曲切口梁断裂力学模型

Fig.1 Fracture mechanics model of three point bending beam with crack

从式 (1) 看出，应力强度因子与载荷成正比，与裂纹长度 a 呈非线性变化。图 2 表示在载荷分别为 $P=0.8, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ kN 时，应力强度因子随裂纹长度变化的情况。图中 K_I 的单位是

MPa \sqrt{m} ；图中的 \triangle 为文献 [8] 混凝土实验的裂纹起裂和失稳数据参考点；试件尺寸为 $s \times h \times B=1.2 \text{ m} \times 1.5 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}$ ，初始裂纹长度 $a_0=0.4 h$ 。从该图实验数据点能够大概估计结构裂纹开裂和失稳扩展时所处的载荷数值。

当三点弯曲切口梁的跨高比 $s/h=4$ 时，裂纹口张开位移为^[13,14]

$$\text{CMOD} = \frac{6Pas}{BE'h^2} A \quad (2a)$$

$$A = \left[0.76 - 2.28 \frac{a}{h} + 3.87 \left(\frac{a}{h} \right)^2 - 2.04 \left(\frac{a}{h} \right)^3 + \frac{0.66}{(1-a/h)^2} \right] \quad (2b)$$

式中 E' 为基体材料的名义杨氏弹性模量，平面应力状态 $E' = E$ ，平面应变状态 $E' = E/(1-\nu^2)$ ； ν 为基体材料的泊松比。如果裂纹长度 $a \neq 0$ ，则加载点的位移为

$$\delta = \frac{3Ps^2}{2BEh^2} \left[\frac{a/h}{1-a/h} \right]^2 H \quad (3a)$$

$$H = \left[5.58 - 19.57 \frac{a}{h} + 36.82 \left(\frac{a}{h} \right)^2 - 34.94 \left(\frac{a}{h} \right)^3 + 12.77 \left(\frac{a}{h} \right)^4 \right] \quad (3b)$$

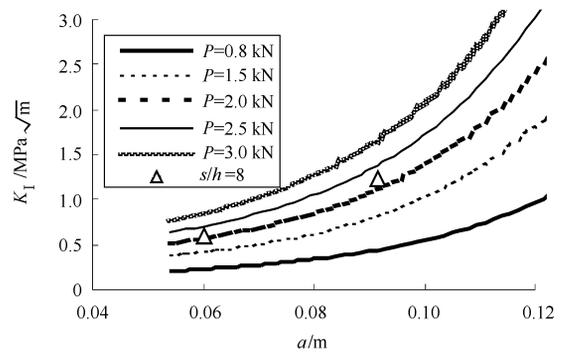


图 2 切口梁应力强度因子随裂纹长度的变化
Fig.2 The K_I variation of bending beam with crack length

图 3 所示为弯曲梁切口处张开位移 CMOD 在不同裂纹长度时随载荷的变化曲线，图中 \diamond 为文献 [8] 的实验参考数据点， v_i 为该文献中的试件编号；试验构件尺寸为 $s \times h \times B=2.4 \text{ m} \times 0.6 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$ ，裂纹初始长度 $a_0=0.24 \text{ m}$ 。结合实验数据和等裂纹长度标定的张开位移—载荷放射线可以看出，随着裂纹长度的变化，其载荷先是增加，之后

随裂纹扩展载荷逐渐降低，反映出了材料结构的承载弱化特性。

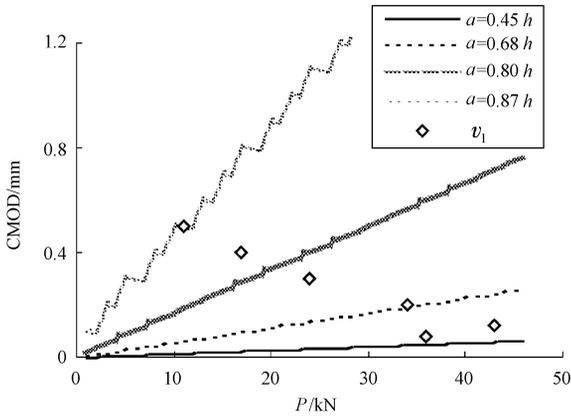


图 3 裂纹口张开位移随裂纹长度与载荷的变化
Fig.3 The variation of CMOD with crack length and load

图 4 表示由式 (3) 描述的弯曲梁加载点的位移 δ 在不同载荷下，随裂纹扩展的变化规律，其中的星号 * 为实验参考数据， v_2 为文献 [8] 中的试件编号；试件尺寸为 $s \times h \times B = 1.6 \text{ m} \times 0.4 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$ 。图 4 表明随着裂纹扩展加载点的变形不断增加，承载力却逐渐降低。

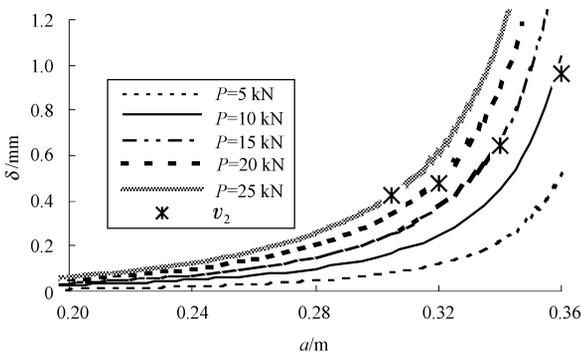


图 4 弯曲梁加载点位移随裂纹长度的变化
Fig.4 The displacement of beam loading point with crack length

通过式 (1) 至式 (3) 能够方便地计算出三点弯曲切口梁在一定裂纹与载荷下的断裂参数。但若无实验结果，就不能预测断裂过程的载荷变化规律。若用断裂力学计算裂纹结构的承载变化，尚需研究裂纹的发展过程和相应的非线性断裂力学模型。

3 断裂过程的双 K 判据

在断裂力学中，裂纹端部的应力强度因子是非常重要的指标，而且在线弹性裂纹构型中，与其他物理参量如能量释放率和 J 积分具有数量关系；韧性材料裂纹端部塑性区尺寸大小和裂纹尖端张开位移，也与应力强度因子有密切关系^[4,5]。断裂力学几十年来的发展，使得应力强度因子的计算日臻完善，其方法和内容非常丰富。计算机和数值方法的快速发展，为该参量的计算提供了充足的条件。针对混凝土类材料的裂纹发展特性，文献 [8, 11] 提出以应力强度因子为主要参量的断裂发展判据。大量物理材料的实验观测和理论分析得知，裂纹体从开始扩展到失稳断裂，存在一个裂纹稳态发展阶段；该现象归咎于裂纹端部材料的非线性软化行为和黏聚力的作用，该增韧机理有不少研究^[15~19]。若裂纹体应力强度因子起裂值为 K_{Ic}^{ini} ，裂纹扩展到失稳状态时黏聚力韧度增值为 K_{Ic}^e ，则裂纹结构失稳强度因子 K_{Ic}^m 与两者的数量关系为^[11]

$$K_{Ic}^m = K_{Ic}^{ini} + K_{Ic}^e \quad (4)$$

一般认为软化材料的起裂断裂参数不依赖于裂纹结构和尺寸，是材料参量；而裂纹过程区的韧度增值与断裂试件尺寸构形密切相关，是由裂纹端部的损伤区内损伤介质相互作用力，即裂纹黏聚分布力作用产生的。

4 裂纹黏聚阻力的应力强度因子

裂纹结构在失稳断裂前，裂纹扩展过程可以看作由无数个暂态平衡所形成。当裂纹静止时由远场载荷产生的强度因子 K_I 与断裂过程区黏聚分布力形成的阻力强度因子 K_I^e 保持平衡。对于混凝土类软化材料的非线性裂纹黏聚分布力断裂分析模型，经过一系列数学力学推演，能够得到张开型断裂的裂纹端部损伤区长度 b ，黏聚应力分布 $\bar{\sigma}$ 以及张开位移分布 D 与黏聚阻力强度因子的关系为^[20~22]

$$K_I^e = \eta \sqrt{b/2\pi} \quad (5)$$

$$D(x) = \frac{4b}{E\pi} \sum_{n=2}^N c_n x^{n-1/2} \quad (x = \xi/b) \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}(x) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi b(1-x)}} + \sum_{n=2}^N \frac{-c_n}{2\pi \sqrt{1-x}} \cdot \sum_{r=0}^{n-1} \frac{(2r)! x^{n-r-1}}{2^{2r} (r!)^2} + \sum_{n=2}^N \frac{c_n}{\pi} \sum_{r=0}^{n-2} \frac{(n-r-1)(2r)!}{2^{2r} (r!)^2} \cdot x^{n-r-2} \sqrt{1-x} \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (7)$$

式中 ξ ($0 \leq \xi \leq b$) 为黏聚裂纹段某点到黏聚裂纹尖端的距离； N 为黏聚裂纹张开位移多项式的项数最大指标； η 为具有应力量纲的参量，与材料的极限拉伸应力 σ_0 密切相关，若取 $N=3$ ，可得^[22]

$$\frac{3}{16}c_2 + \frac{45}{256}c_3 - \frac{3}{2}\lambda - \frac{3}{16}\eta = 0 \quad (8a)$$

$$\frac{45}{256}c_2 + \beta \frac{45}{256}c_3 - \frac{15}{8}\lambda - \frac{5}{32}\eta = 0 \quad (8b)$$

$$\frac{3}{2}c_2 + \frac{15}{8}c_3 - \eta = 0 \quad (8c)$$

表 1 在不同修正参数 β 和极值拉伸应力 σ_0 下的 η 数值

Table 1 The value of η for different parameters β and σ_0

β	1.05						4.5					
σ_0 /MPa	1.2	2.5	3.8	5.1	6.4	7.8	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
η /MPa	2.297	4.786	7.247	9.794	12.252	14.932	3.027	6.054	9.081	12.108	15.135	18.162

从式 (5) 得到的不同 η 值下黏聚阻力强度因子 K_I^p 随黏聚虚拟裂纹长度 b 的变化规律见图 5。

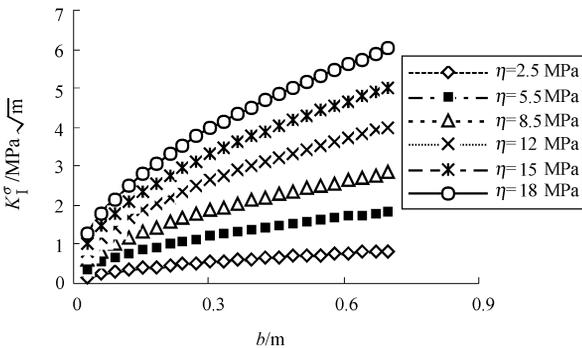


图 5 在不同应力参数 η 下黏聚阻力强度因子 K_I^p 随黏聚长度 b 的变化

Fig.5 The variation of resistance K_I^p with cohesive crack length under different η parameters

5 切口弯曲梁的承载力计算

在裂纹结构中，若裂纹起裂或失稳扩展时所需远场载荷在裂纹端部产生应力强度因子为 K_{Ic}^p ，则该强度因子一定大于由裂纹端部损伤区黏聚力构成的强度因子 K_I^p 即

$$K_{Ic}^p = k_0 + K_{II}^p \quad (9a)$$

式中 k_0 为与材料有关的参数。从式 (5) 得知黏聚阻力强度因子与损伤区长度 b 的平方根成正比，因此裂纹构型起裂和失稳发展的强度因子分别为

$$K_{Ic}^{ini} = k_0 \quad (9b)$$

$$\frac{3}{2}c_2 + \frac{5}{8}c_3 + \eta = 2\pi\sigma_0 \quad (8d)$$

式中 β 为无量纲修正系数，用来调整节断位移分布函数项带来的误差，一般取 $\beta \geq 1$ 。式 (8d) 是通过式 (7) 取 $x \rightarrow 0$ 的极限值结合式 (5) 得到的。由方程组式 (8) 能够看出 η 值主要取决于 σ_0 和 β 值。若分别取 β 为 1.05 和 4.5，在一系列极限拉伸应力 σ_0 下的 η 值列入表 1。可以看出，在不同 β 值下 η 对 σ_0 的依赖程度是不一样的。

$$K_{Ic}^{ini} = k_0 + K_{II}^p |_{b=b_c} \quad (9c)$$

式中 b_c 为峰值载荷 P_c 对应的 b 数值。

从文献 [13, 14] 知跨高比 $s/h=4$ 的三点弯曲梁在载荷 P 作用下应力强度因子 K_I^p ，又考虑到式 (5)，式 (9) 和数量关系 $a=a_0+b$ ，得到计算载荷随黏聚裂纹长度和其他参量变化的关系方程为

$$P = P^u / P_L \quad (10a)$$

$$P^u = \left[s \sqrt{\frac{2b}{\pi} + K_{II}^p} \right] \frac{2Bh^2}{3W \sqrt{a_0 + b}} \cdot \left[1 - \frac{a_0 + b}{h} \right]^{3/2} \left[1 + \frac{2(a_0 + b)}{h} \right] \quad (10b)$$

$$P_L = 1.99 - \frac{(a_0 + b)(h - a_0 - b)}{h^2} \cdot \left[2.15 - 3.93 \frac{a_0 + b}{h} + 2.7 \left[\frac{a_0 + b}{h} \right]^2 \right] \quad (10c)$$

由式 (10) 确定 b_c 有两种方法：一是对 b 求导数，并令其为 0，得到对应极值载荷的 b_c ，代入式 (10) 得到对应的 P_c ；二是通过式 (10) 形成 $P-b$ 曲线，由 P 的最大点得到 b_c ，同时得到峰值载荷 P_c ；笔者采用方法二，把 b_c 代入式 (5) 和式 (9)，得到失稳的应力强度因子 K_{Ic}^{ini} 。若已知结构尺寸和初裂应力强度因子 $K_{Ic}^{ini} = k_0$ ，令 $b=0$ ，从式 (10) 可直接得到切口梁的起裂载荷数值。

6 算例与实验数据对比

对于带切口的三点弯曲梁，宽度与高度之比为 4，取梁高度 $h=0.6$ m，初始裂纹长度 $a_0=0.4$ h，

材料参数 $\eta=6.2 \text{ MPa}$, $k_0=0.9 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$, $E=32.5 \text{ MPa}$ 。通过式 (2) 和式 (10) 得到以裂纹扩展长度 b 为参数, 梁的载荷 P 与裂纹口张开位移之间的函数关系, 其数值曲线见图 6。为了便于比较, 由文献 [8] 在相同尺寸下的断裂过程测试曲线, 通过符号 \diamond 的离散点表示在该图中, v_1 为该文献中的试件编号。从图中看出计算结果基本与实验测试数据相吻合, 表明上述计算方法是可行的。

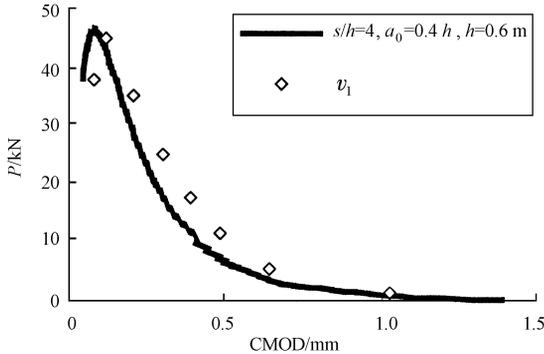


图 6 弯曲梁载荷与裂纹口张开位移关系理论曲线与实验对比

Fig.6 The compare of theoretical curve of bending load with CMOD to experiment

若高度与厚度相等, 跨高比均为 $s/h=4$ 的三点弯曲切口梁, 当高度分别为 $h=0.6, 0.4, 0.3, 0.2 \text{ m}$ 时, 初始裂纹长度 $a_0=0.4h$, 取 $\eta=6.2 \text{ MPa}$, $k_0=0.9 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$, 由式 (10) 得到的计算数据见图 7, 其中 v_1, \dots, v_4 是文献 [8] 中的试件编号。通过图中数据得到峰值载荷对应的扩展裂纹长度分别为 $b_c=0.055, 0.03, 0.02, 0.015 \text{ m}$; 代入式 (9) 和式 (5) 得到失稳的应力强度因子分别为 $K_{Ic}^m=1.453 1, 1.328 4, 1.249 8, 1.202 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ 。文献 [8] 实验数据的最大载荷也用离散点表示于图 7。显然, 失稳的临界应力强度因子随着弯曲梁的高度增加而变大, 表明断裂韧度增值与韧带尺寸密切相关。

设梁的跨度为 $s=1.2 \text{ m}$, 高度 $h=0.3 \text{ m}$, 4 种试件的厚度分别为 $B=0.3, 0.2, 0.15, 0.1 \text{ m}$; 初始裂纹长度均为 $a_0=0.12 \text{ m}$, $k_0=0.92 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$, $\eta=7.5 \text{ MPa}$, 由式 (10) 计算的载荷随裂纹扩展长度 b 的变化见图 8。用上述方法计算的失稳扩展黏聚裂纹长度 $b_c=0.024 \text{ m}$, 临界应力强度因子 K_{Ic}^m

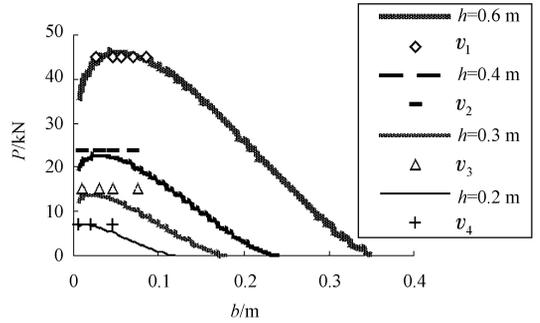


图 7 变高度弯曲梁的承载力随裂纹长度的变化
Fig.7 The variation of loading capacity of variable high beam with crack length

$=1.384 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ 。图中离散点为实验载荷数据参考点, 其中 T_1, \dots, T_4 是文献 [8] 中的试件编号。总之, 计算结果与实验数据对比, 基本一致。

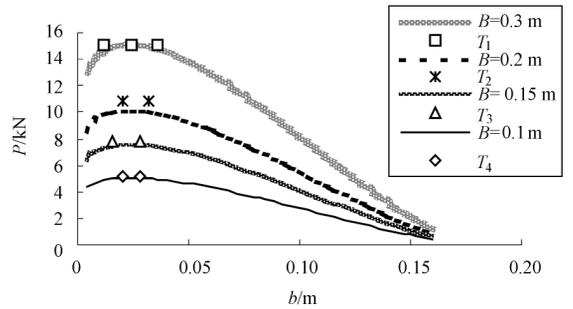


图 8 不同厚度弯曲梁的承载力变化
Fig.8 The loading capacity of variable crack length for different beam thick

7 结论

通过断裂过程的双 K 判据和黏聚裂纹解析结果, 结合带预制裂纹的混凝土三点弯曲梁断裂实验数据, 分析该类材料的断裂规律, 主要结论有:

1) 裂纹端部损伤区的黏聚力是阻止裂纹扩展的主要因素, 该黏聚应力形成的阻抗应力强度因子与材料的极值拉伸应力密切相关, 与损伤区长度的平方根成正比。

2) 带切口的三点弯曲梁失稳断裂应力强度因子在一定范围内随预制裂纹前方韧带长度的增加而增大。

3) 通过双 K 断裂判据和黏聚阻力强度因子, 能够计算失稳断裂参数和切口弯曲梁的最大承载力。

参考文献

- [1] Cherepanov G P. Method of Fracture Mechanics: Solid Matter Physics [M]. The Netherlands, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997
- [2] 范天佑. 断裂理论基础[M]. 北京:科学出版社,2003
- [3] 陈 簾,蔡其巩,王仁智. 工程断裂力学[M]. 北京:国防工业出版社,1977
- [4] 王 铎,杜善义,王殿富,等. 断裂力学[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 1989
- [5] 黄克智,余寿文. 弹塑性断裂力学[M]. 北京:清华大学出版社, 1985
- [6] Karihaloo B L. Fracture Mechanics and Structural Concrete [M]. England: Longman Scientific and Technical, Longman Group Limited, 1995
- [7] Issa M A, et al. Size effects in concrete fracture, Part I: experimental setup and observations [J]. International Journal of Fracture, 2000, 102(1): 1~24
- [8] 徐世 ,赵国藩. 混凝土断裂力学研究[M]. 大连:大连理工大学出版社,1991
- [9] Hillerborg A, Modéer M, Petersson P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite element [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773~782
- [10] Jenq Y S, Shah S P. Two parameters fracture model for concrete [J]. Journal of Engineering Mechanical, ASCE, 1985, 111(10): 1227~1241
- [11] Xu Shilang, Reinhardt H W. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture [J]. International Journal of Fracture, 1999, 98(2):111~193
- [12] 白以龙,柯孚久,夏蒙芬. 固体中的微裂纹系统统计演化的基本描述[J]. 力学学报,1991,23(3):290~298
- [13] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 北京:科学出版社,1993
- [14] Tada H, Paris P C, Irwin G R. The Stress Analysis of Crack Handbook [M]. ASME Press, New York, USA, 2000
- [15] 杨 卫,宏微观断裂力学[M]. 北京:国防工业出版社,1995
- [16] 王宝庭,徐道远. 混凝土拉伸软化曲线折线近似的逆解方法[J]. 力学学报,2001,33(4):535~541
- [17] Lin G, Qi C S, Zhou H T. An analytical approach of the fictitious crack model for concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1994, 47(2): 269~280
- [18] 徐世 ,王利民. 混凝土裂缝端部粘聚力的计算[J]. 中国工程科学,2002,4(5):53~58
- [19] 陈 瑛,姜弘道,乔丕忠,等. 混凝土黏聚开裂模型若干进展[J]. 力学进展,2005,35(3):377~390
- [20] Zabreyko P P, Koshelev A I. Integral Equations: A Reference Text [M]. Noordhoff Int Publ Leyden, 1975
- [21] 王利民. 具有对数型奇性核的 I 类积分方程解[J]. 山东理工大学学报,2004,18(3):1~7
- [22] 王利民,徐世 ,赵熙强. 考虑软化效应的粘聚裂纹张开位移分析[J]. 中国科学(G),2006, 36(1):59~71

The Loading Capacity of Three Point Bending Beam With the Resistant Force of Cohesive Crack

Wang Limin¹, Xu Shilang², Ren Chuanbo¹

(1. Mechanics Department, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China;

2. Civil Engineering Department, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

[Abstract] In the fracture study of softening materials, the damage area of crack tip is regarded as a piece of nonlinear crack with cohesive force. The cohesive force has resistant effect on the crack extension. The stress intensity factor of crack solids is a fracture mechanics index that denotes the effect of loading and crack geometry. The resistant SIF of cohesive force has relationship with the values of length of cohesive crack and ultimate tension stress. Through the double- K fracture criterion and fracture model of three point bending beam, the effect of crack cohesive force on the fracture process is analyzed. For maximum loading of bending beam with crack, the calculation approach is presented and the results are well fitted with concrete tested data.

[Key words] cohesive crack; three point bending beam; concrete; double- K fracture parameters; structure loading capacity